

非寫實算圖於中國人物白描畫法應用之研究

王志銘

國立台灣藝術大學多媒體動畫藝術研究所研究生

brandonwang@yahoo.com

胡宇辰

國立台灣藝術大學多媒體動畫藝術研究所研究生

b8631002@student.usysu.edu.tw

鄂建安

國立台灣藝術大學多媒體動畫藝術研究所研究生

ann99@ksmail.seed.net.tw

摘要

3D電腦繪圖發展日新月異，發揮科技創造真實，然而在模擬寫實的主流研究領域外，非寫實性的創新獨特模擬因提供藝術家更大的創作空間及不同的視覺呈現，相關的研究方興未艾，儼然已成電腦繪圖另一主要研究領域。由於非寫實性電腦繪圖應用的範圍領域廣大，從西方的各式畫派到屬於中國的水墨畫法，均提供了類似研究的可行性，但總體而言，多數研究仍以西方畫派為主，以中國水墨畫法為研究對象的仍屬少數。水墨畫自成一格，其獨特媒材與清新脫俗的表現形式蘊含豐富的人文素養，是世界各畫風中最能突顯我國特色。中國繪畫講究意境，而電腦則是邏輯構成，兩者結合更能表現出電腦在藝術領域中的重大突破，但無可避免的亦面臨了跨領域的技術挑戰。本論文研究非寫實性電腦繪圖，研究對象則著重於中國水墨畫法的應用，並嘗試藉由歸納分析現有的演算法研究，整理建構出有效率的電腦3D模型非寫實性著色方法，以利中國水墨畫的創作。

關鍵字：非寫實性算圖、中國人物畫、程序著色語言、程序性著色、邊緣輪廓

壹、緒論

在電腦 3D 動畫中利用各種繪圖技術重現真實世界的場景稱為真實影像繪製 (Photo Realistic Rendering)，主要是模擬真實物質的物理屬性，也就是物體的形狀、光學性質、表面的材質和質感以及物體間的相對關係，然而這種重現真實世界的模擬方式無法滿足於藝術家的需求，傳統藝術繪製的效果是寫實繪製所無法表達。於是有愈來愈多的研究朝向於模擬藝術效果的非寫實算圖 (Non-Photo realistic Rendering, NPR)，藉由非寫實算圖將 3D 動畫以油畫、粉彩、鉛筆、版畫 等方式展現，本研究試著藉由輪廓線的尋找，對 3D 動畫中能有更多的控制，進而表達出中國人物畫獨特的筆法及筆觸。

貳、非寫實算圖於電腦繪圖的應用

何謂非寫實算圖？廣泛的定義為：經由電腦處理的影像，而有別於真實世界的場景所展現出物理特性的影像。依照電腦繪製而產生的方式可概分為三種：

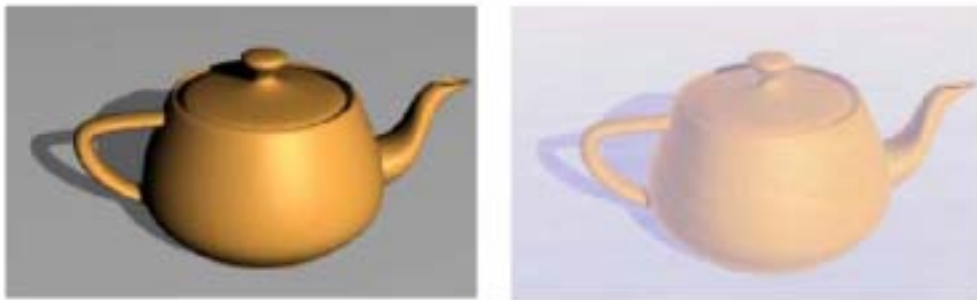
一、影像產生 (Image based NPR)：經由程式語言、電腦繪圖程式創作或修改影像的軟體，如靜態平面的繪圖程式 (如CorelDraw, Adobe Photoshop, Corel Painter等) 動態影像後製處理程式 (如

Aftereffects , shake , digital fusion)。Hertzmann(2002) 用stroke-based rendering (SBR) , 以各種筆刷(stroke)為基本元件自動將影像重新繪製成各種非寫實的影像(圖一) , 如：油畫、馬賽克、鉛筆畫、版畫 .等 , 並能藉由極小的筆刷更完美的去符合原本影像的組成 , 完成所要非寫實影像意境 , 但此種方式有一般非寫實算法的缺點 , 太過規律並且較難表達出手繪的意境。



圖一：運用 S B R 所繪製的非寫實圖像 , Hertzmann(2002)

二、3D 模型產生 (Model based NPR) : 程式語言或 3D 動畫軟體所創建模型資料經由 NPR 算圖方式所產生(如 Alias Wavefront Maya , 3DMAX)。Eric B. Lum(1999)於動畫場景中分成多個圖層而藉以控制各個筆刷的方式而繪製粉彩的效果(圖二) , 運用此方式能針對各個圖層加以控制 , 達到更佳粉彩效果。



圖二：從 3 D 模型繪製成粉彩效果 , Eric B. Lum(1999)

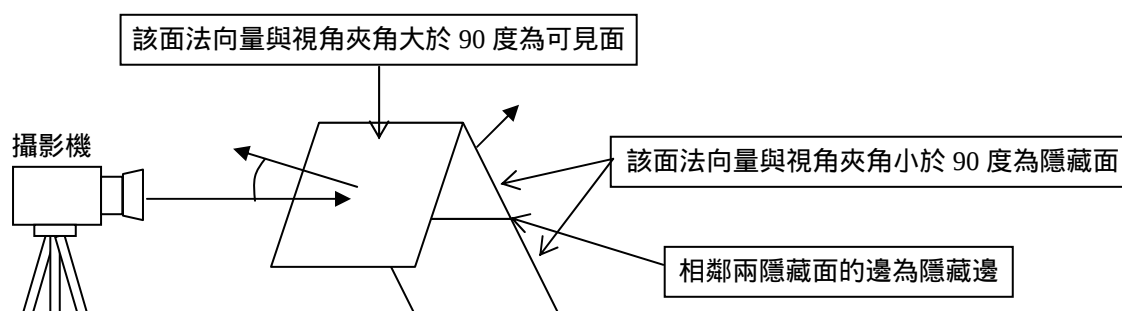
三、混合影像與模型產生：混合影像與模型的綜合製作方式 , 利用攝影機擷取影像 , 將影像作為貼圖然後至 3D 軟體製作模型 , 再藉由非寫實方式算圖產生。Klein, A. W., Li 等(2000)於 3 D 中製作簡單的模型 , 將影像作為貼圖並利用模型繪製黑色外框(圖三) , 最後用筆觸著色出非寫實性圖畫 , 利用此方式可增進系統的即時互動的效能 , 不用製作多餘的模型 , 並且於動態操作時降低閃爍現象 , 但使用者能參與控制程度較低 , 筆觸則較為規律。



圖三：Klein, A. W., Li . (2000)混合影像與模型方式所繪製

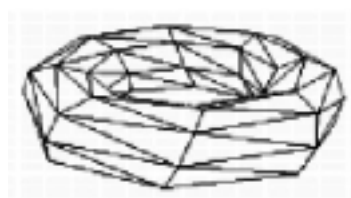
鑒於傳統中國書畫缺乏立體透視觀念，而本研究架構在立體空間，以 3D 模型為基礎，運用非寫實算圖模擬中國書畫效果。為創造出中國書畫效果，關鍵處在如何從 3D 模型的表面上尋找輪廓線(silhouette)，以輪廓線為筆觸路徑來書寫，藉以達到中國書畫的表現形式。本文獻探討則是回顧電腦圖學裏的相關研究，介紹以 3D 物件為基礎的輪廓線尋找方式。

E.E.Zajac(1964)雖然未直接研究尋找輪廓線方法,但是在討論凸面多邊形體(Convex polyhedron)隱藏邊的可視性(Visibility)問題時，提出當攝影機向量與多邊形法向量夾角超過90度為隱藏面，若兩個相鄰多邊形面是隱藏面時，其連接邊為隱藏邊(圖五)。此理論奠定後續輪廓線研究之基礎。



圖五：根據夾角判斷隱藏邊的可視性

Hertzmann(1999)則將3D模型分為多邊形體(Polygonal Meshes，圖六. a)及平滑面體(Smooth Surfaces，圖六.b)，從兩類模型來尋找輪廓線：



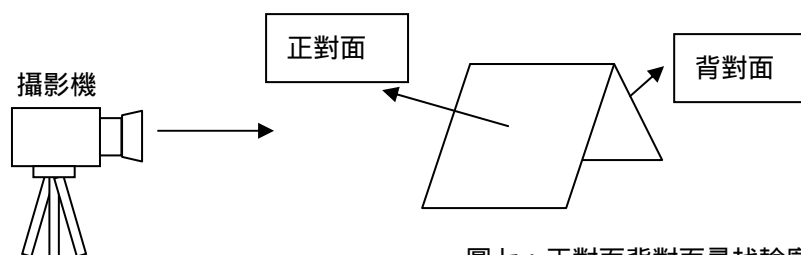
圖六．a：多邊形體



圖六．b：平滑面體

一、多邊形體：

輪廓線由邊(Edge)構成，而邊連接兩個多邊形，此兩個多邊形面必需具備有正對面(Front-facing)與背對面(Back-facing)的特性，如圖七所示。



圖七：正對面背對面尋找輪廓線

二、平滑面體：

以 NURBS 及 Subdivision surfaces 兩種模型為例，任何模型在最終算圖時都會轉換為多邊形，所以對於平滑表面的 3D 模型，輪廓線還是由物體表面法向量及攝影機向量的夾角為 90 度來決定，但輪廓線並不一定循多邊形的邊延伸，有可能分割多邊形面來建立輪廓線，以下為其演算法的三個步驟：

(1)先計算模型上每一點(vertex)法向量與攝影機至該點向量的乘積：

$$d_i = \frac{n_i \bullet (x_i - C)}{\|n_i\| \|x_i - C\|}$$

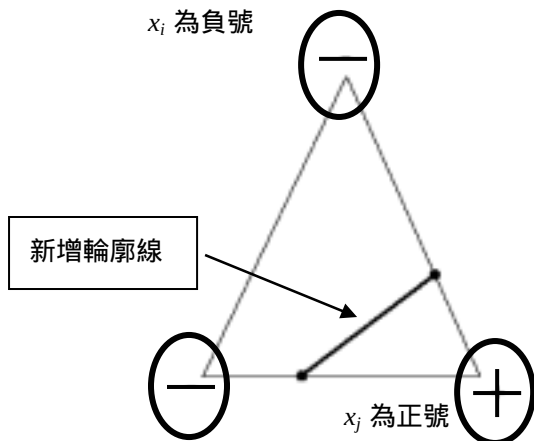
n_i 是多邊形 i 的法向量， x_i 為多邊形面上的點， C 是攝影機的中心點。

(2)判斷多邊形各個頂點乘積的正負符號：

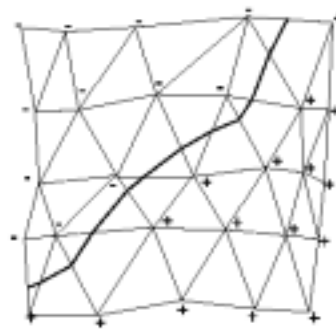
$$s_i = \begin{cases} +, d_i \geq 0 \\ -, d_i < 0 \end{cases}$$

(3)內插輪廓線：

判斷相鄰兩點 $x_i(s_i)$ 、 $x_j(s_j)$ 正負值關係，當正負值不同時，此邊可分割使輪廓線通過(圖八．a)，進一步討論當多邊形的三個點其中一點正負符號不同於另外兩點時，此多邊形內可內插出輪廓線。若多邊形相鄰時就可畫出連續的輪廓線，如圖八．b 所示



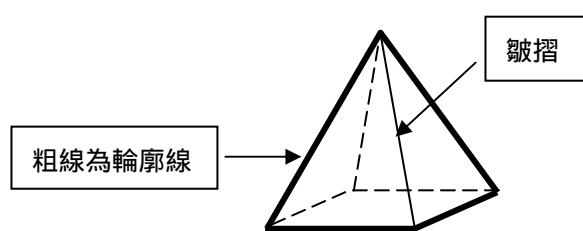
圖八．a：在不同正負符號的邊上內插出輪廓線



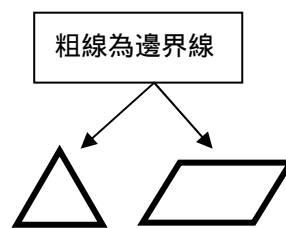
圖八．b：多個多邊形可畫出連續的輪廓線

Bruce Gooch等(1999)的研究中定義三種不同性質的邊：

- (1) 輪廓線(Silhouettes)：連接正對面與背對面兩片多邊形面的邊(圖九 a)。
- (2) 邊界線(Boundaries)：獨立一片多邊形的邊(圖九 a)。
- (3) 皺褶(Creases)：連接兩片都是正對面多邊形面的邊，但是兩片多邊形面的法向量夾角必須大於某個臨界值(Threshold) (圖九 b)。

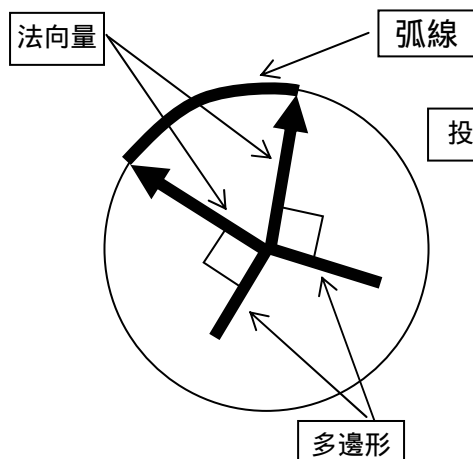


圖九 a：輪廓線與皺摺

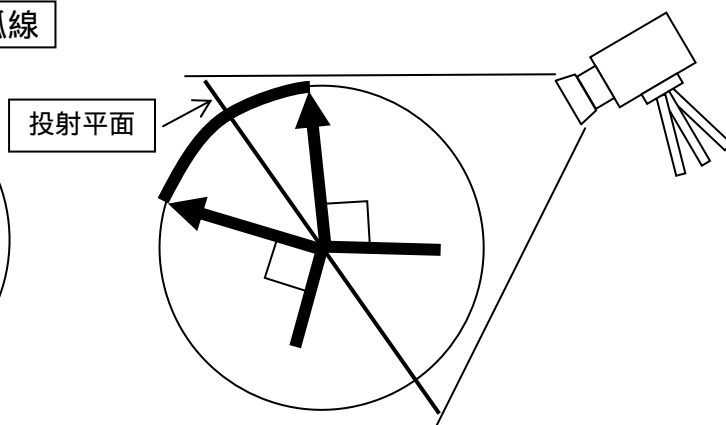


圖九 b：邊界線

此研究在探討尋找輪廓線的方式，提出硬體方法(Hardware method)與軟體方法(Software method)，兩種方法不外是以正對面及背對面為判斷基礎。硬體方法使用 OpenGL，具有容易實做的好處，卻有線條粗細固定的缺點，文中提到位移(Offset)多邊形面來產生輪廓線的方法，可以製造光暈(Halo)的效果。軟體方法較不受拘限，彈性大，重點是作者提出 Gauss Map 方法來尋找輪廓線，此方法用兩個相鄰多邊形的法向量與圓形所相交的弧線做判斷標準(圖十)，首先將攝影機投射平面定位在連接兩相鄰多邊形的邊上，若 Gauss map 所求得的弧線與攝影機投射平面交叉時，該邊就是輪廓線，如圖十一所示。



圖十：Gauss Map 的 2D 側視圖



圖十一：弧線與投射平面交叉，產生輪廓線

Markosian(2000)發表亂數演算法(Randomized algorithm)加速尋找輪廓線，此方法適合應用於即時呈現(Real time)的動畫中。

Markosian的研究中提到全部輪廓偵測法(Exhaustive silhouette detection)雖然簡單、有效，其缺點是每個影格(Frame)必需偵測模型每一個邊來求得輪廓線，耗費計算時間，因此Markosian提出2個特性來加速演算法。

- (1) 輪廓線具有延伸(Long)、連續(Chain)的特質，不會是獨立的一個邊。
- (2) 相鄰影格的模型可能具有共同的輪廓線。

根據上述的兩個特性，Markosian 提出的亂數演算法原理如下：

- (1) 只檢查模型一部份的邊來尋找輪廓線，當一個邊被檢查出為輪廓線，接著往邊的兩端點尋找更多的輪廓線，重複同樣的步驟來完成搜尋。

由以上文獻探討可知，輪廓線求法並不難。本研究是以正對面及背對面輪廓線求法為基礎，嘗試模擬中國書畫裏下筆路徑的繪畫表現，探討 3D 模型輪廓線應用在此領域的可能性。

參、中國人物畫的特性

隨著時代的變遷，繪圖工具的選擇從筆墨演變至電腦繪圖，尤其藉由寫實算圖方式更嘗試將毫無情感的電腦，繪製傳統畫家的技法和意境，然而繪畫基本技法無論中外，在早期繪畫的發展史上，都以人物畫為主，而且都為宗教或政治服務。從近年來陸續發掘的古代帛畫或壁畫中，可以見到古代的帝王、功臣、聖賢或文人們的面貌，有濃厚的政教功能，也有古人信奉的佛、菩薩、羅漢等釋道人物，甚至更早的神話傳說，充滿的神秘的宗教色彩，都可見到描寫現實生活百態的風俗畫、表現宮廷唯美趣味的仕女畫及戲曲中的人物故事畫等，各種不同形式與題材的人物畫，都有細緻的感情描寫，和唯妙唯肖的形象刻劃，給觀賞者帶來深刻的美感。

傳統人物畫中使用的筆墨技巧與技法，在工筆設色、白描和小寫意作品中，重視筆法的意境，為此創造了十八描。筆法或描法一方面服從於形像的結構質感、量感與神情，另一方面也要傳達作者的感情，同時還用以體現作者的個人風格。在寫意人物畫中，筆墨相互應用，筆中有墨，墨中有筆，既要狀物傳神，又要抒情達意，還要顯現個人風格，其難易程度遠勝於山水花鳥畫。

綜觀中國古代人物畫，在表現的技法上大致可分成三類，一為白描畫法，二為工筆重彩畫法，三為寫意畫法（簡筆劃法），分別簡述如下

一、描法畫法

「白描」以墨線勾勒來描繪對象，「白」是指沒有色彩說的，「描」是指線說的，古代把勾勒人物衣紋的線叫做描，白描這種畫法的特點點是墨線勾勒，線條獨立地完成所描繪的一切，它工整細緻，具有裝飾風，有時用少許水墨來渲染（陳兆復 1976）。

白描畫法是人類最早，最簡潔的繪畫表現形式，我國古代稱為「白畫」，也有人稱為「線描」，如戰國楚墓出土的兩幅我國最早的帛畫，即以白描畫法表現，早期的白描畫，其線描技法以均勻流暢的線條為主，到了唐朝吳道子，才能把白描線條發展到有粗細輕重的變化，能生動的表現衣褶的動感與厚度感。北宋畫家李公麟可稱是白描畫法得代表性人物，把線條的特色，發揮到最完美的境界。

到了明代汪玉珂指出古今描法有十八種（沈以正 1985），這十八種描法是指：高古游絲描、琴弦描、鐵線描、行雲流水描、螭蝗描、釘頭鼠尾描、撇頭描、混描、曹衣描、折蘆描、橄欖描、棗核描、柳葉描、竹葉描、戰筆水紋描、減筆描、枯柴描和蚯蚓描。以上十八種描法是古人根據當時的服裝（大都是寬袍大袖）領略出，有些是唐朝以前就可以見到，有些則是後來逐漸添加的，這十八描並不是包含前人所有的描法，後人又將這些描法分成三大類。

（一）游絲描類：線型始終如一，變化較少，琴弦描、鐵線描、曹衣描皆屬此類，其代表作者為晉代的顧愷之。

（二）柳葉描類：線型變化多，線條中段因運筆壓力大而較粗，橄欖描、棗核描、行雲流水描均屬此類，代表作者為唐代的吳道子。

（三）減筆描類：行筆多用側鋒，壓擦力大，壓力多集中在線的一端，使線向面上擴展，線型變化很大，竹葉描、枯柴描皆屬此類。

二、工筆重彩畫法

工筆重彩畫法是一種造型工整細緻，色彩濃豔而略帶裝飾性的畫法，畫工筆重彩法適宜使用熟紙或絹，通常可分成六個步驟：

（一）起稿：先用鉛筆或炭筆在稿紙上將人物造型畫正確，修改完美後將畫紙蒙在上面覆描。

（二）鉤線：鉤線有兩種方法，一種稱為鉤勒法，就是先用淡墨鉤出輪廓線，著色後再用重墨或重顏色把主要線條重複鉤勒一次，這種方法不怕著色時把原來的線條遮蓋，畫起來較方便，另一種稱為鉤填法，就是用濃淡墨色把線條鉤好的輪廓裏面，不可將顏色蓋住墨線，這種方法鉤出來的線條流暢，但填色較費工夫。

（三）分染底色：為了表現面部和衣褶的凹凸起伏變化，在暗處先分染一次重色，面部可以用赭色分染，方法是珠一只筆蘸赭石，一隻筆蘸清水，先用顏色筆局部染色，即用清水筆推開仕女的面頰可先用洋

紅分染。

(四)著色:傳統仕女的著色法近似京劇人物的化裝,稱為三白法,即額鼻和下顎三部分暈白粉眼眶和面頰用色比較誇張,多用洋紅朱膘藤黃,調少許白粉男子的臉用赭石朱膘和藤黃,加少許白粉。

(五)罩色:在渲染和著色之後,為了使色調統一或補救某些不協調的部份,如臉部常用淡赭石平塗一或兩遍。

(六)提色:在最後完成之前對重點部份再作加工,如眼睛口角或鼻等,使其更為突出,一般常用於工筆重彩人物畫的染色法有:罩(平塗色)、窄染(窄小範圍的分染)、寬染接染疊染掏染(染背景底色而預留出前面人物)、染(染兒童或婦女面頰,著色時旋轉用筆,使顏色逐漸變淡變無,又不留筆痕)。

三、寫意畫法

五代十國的「二祖調心圖」即以狂草的筆意,畫出深具禪意的作品,到了南宋的畫家梁楷發展減筆人物畫,開拓新風氣,而且創造了大筆潑墨法,成為寫意人物畫的代表性畫家,其作品「潑墨仙人圖」、「李太白行吟圖」等皆運用豪放而簡潔的筆墨,生動的表現出人物的神韻。近代自揚州八怪以來,也有不少擅長水墨寫意人物畫的畫家,逐漸形成中國人物畫的一個主要潮流。

畫寫意人物宜選用生紙,通常先以炭筆在畫紙上輕輕勾畫輪廓如已熟練,則不必用炭筆勾輪廓),然後蘸墨先畫主要的線,塗上大的墨色面逐漸加重,再畫次要的線與色面,儘量避免用瑣碎的筆墨,以免破壞整體統一。在生紙上作畫,一旦失敗了就很難修改,故用筆用墨時,必須考慮整體的調和該強調的地方(如眼睛)必須畫得傳神。用墨畫後,再上色,著色應慎重,依據人物的結構、明暗的關係來表達彩色,才能增加色彩的變化,活生生地反映人物的精神和表情。

人物畫向來是寫實與寫意並行,崇尚意境及水墨技法的運用,而且著重以線條表達物象,然後以墨或彩暈染。繪畫時所用的是圓筆,所畫出的線條變化多端,並可自由控制粗細、輕重、頓挫等,中鋒所畫之線條呈圓潤勁拔之美,側鋒所畫的則有尖銳擴散之效而氣韻乃畫作中的精神所寄,為的是將所描繪的對象生動地表現出來意境則是畫的生命我們可以在畫中找到詩情的內涵,也可以於詩情裡得到畫意的靈感,這便是中國繪畫藝術中的最高境界。

肆、多變性筆觸於中國人物畫應用之研究

本研究嘗試以多變性筆觸應用於中國人物畫之模擬,多變性筆觸的演算程序如下:



第一節 尋找輪廓線

為了表現出書畫筆觸的特色及畫中人物、動物、山水等物件的完整性,使觀賞者能夠感受到中國書畫的精神,3D模型的輪廓線扮演非常重要的角色。

3D模型投影到2D平面,依據輪廓線來描繪外觀形狀。原則上使用正對面及背對面方式偵測每一片多邊形面來尋找輪廓線,根據文獻中所提及到3D模型除了可尋找到的輪廓線外,還有皺摺及邊界線的可能性,皺摺可以設定臨界值來判斷,邊界線的狀況可事先刪除獨立的多邊形面來避免發生。

尋找輪廓線依據文獻裏的正對面與背對面方法解決,此法雖然耗費系統資源,卻是最直接且確定的

方式。

第二節 解決隱藏邊

雖然正背面輪廓線尋找法可以尋找到輪廓線，但是部分輪廓線是不需要，會發生此類情形的原因在於 3D 空間中，因為具有深度遠近的特性，造成距離攝影機較近的多邊形會擋住較遠的多邊形，輪廓線也因此被擋住，但是演算法若不判斷多邊形距離遠近的關係，則會畫出所有輪廓線，包括不正確的輪廓線，如圖二十四所示。



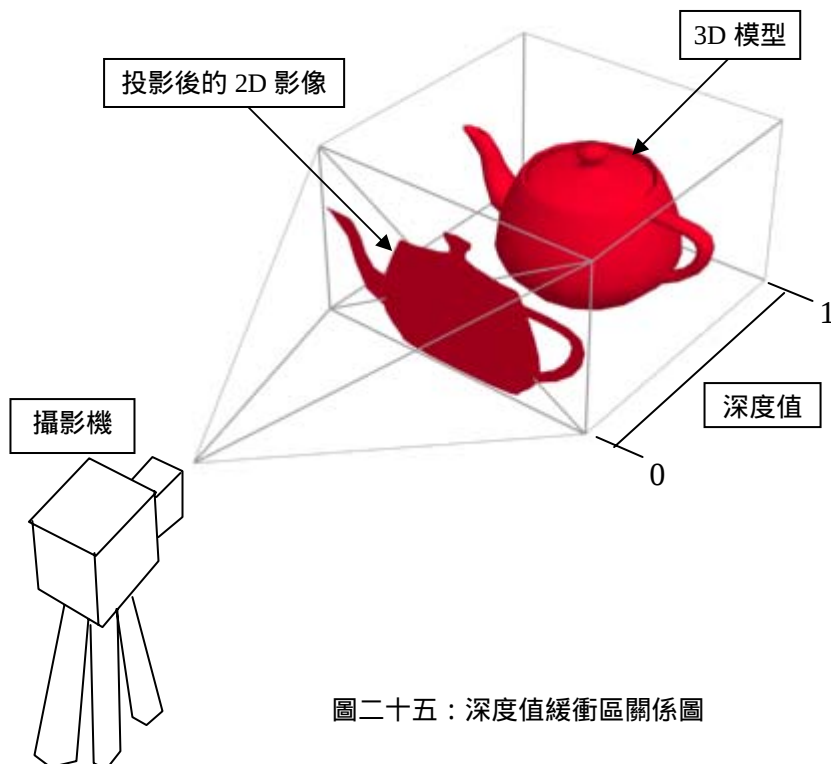
圖二十四 a：原圖

圖二十四 b：錯誤的輪廓線

圖二十四 c：正確的輪廓線

為了解決隱藏輪廓線問題，本研究採取的方式是從攝影機方位建立一個深度緩衝區(Depth buffer)，將 3D 模型上的點與所對映的緩衝區位置資訊做比較，由比較後的結果可知點所在的多邊形是否被隱藏，本研究刪除隱藏面的步驟如下

- 1.刪除背對面多邊形：當多邊形法向量與攝影機向量夾角小於 90° ，刪除該多邊形。
- 2.建立深度值緩衝區(Depth buffer)：3D 模型投影成 2D 影像時，影像上的像素紀錄該點在 3D 空間的深度值，從 0~1 來分佈，距離攝影機越進值越小，越遠值越大，如圖二十五所示。



圖二十五：深度值緩衝區關係圖

3.刪除隱藏多邊形：有部分被擋住的多邊形具有正面與背面特性，被視為輪廓線而導致成錯誤的下筆路徑，因此根據多邊形的三個端點來判斷該面是否需隱藏。一旦多邊形三個端點中，只要有一點的深度值大於所對映到深度緩衝區像素的深度值，也就是多邊形端點其中一點被擋住，該多邊形即是隱藏面，將被刪除。

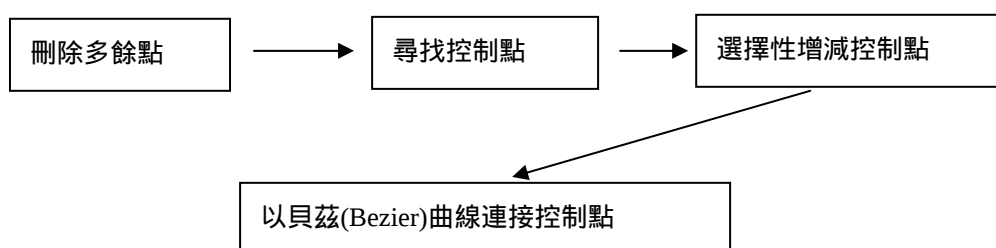
以上三個步驟的演算法如下：

```
for(偵測每一個多邊形)
{
    for(偵測多邊形的第一端點到第三端點)
    {
        If(多邊形端點的深度值 大於 所對映到的像素的深度值)
            該多邊形即被被擋住
        else
            累計一端點未被擋住
    }
    If(累計多邊形三端點未被擋住)
        該多邊形未被擋住
}

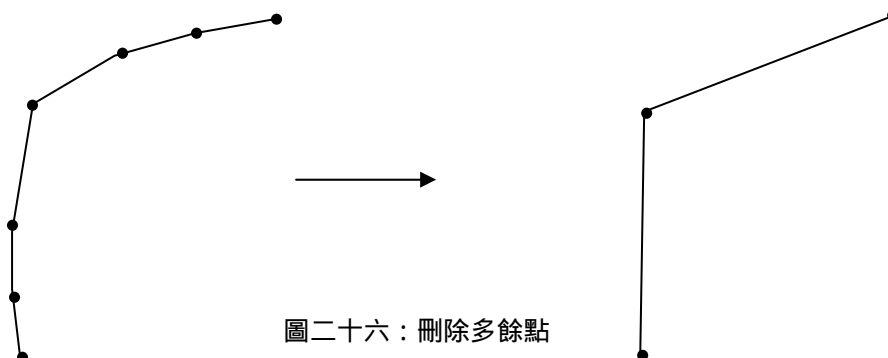
for(偵測每一邊)
{
    If(連接該邊的兩個多邊形為正對面及被對面)//該邊為輪廓線，但有可能被擋住
    {
        If(正對面多邊形未被擋住)
            該邊確定為正確輪廓線
    }
}
```

第三節 轉換直線邊緣為曲線

先前所求出的輪廓線是由一段段直線構成，路徑過於剛硬，因此本節運用以下方法將直線轉換為曲線。

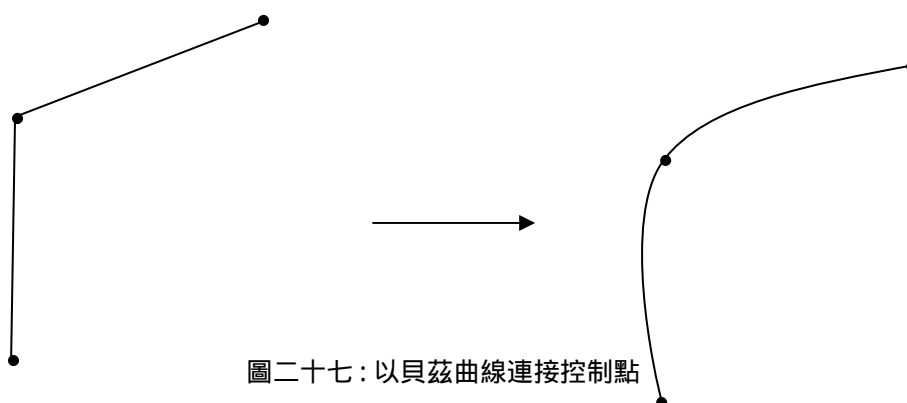


1. 刪除多餘點：中國書畫筆觸一筆成形，而非斷斷續續下筆，為了刪除不必要的點，因此相鄰點之間的角度變化是重要的參考依據，可以設定一個臨界值來達到刪點的目的，如圖二十六所示。



圖二十六：刪除多餘點

2. 尋找控制點：當多餘點刪除後，剩下的點都具有參考價值，筆劃將依據這些點柔順運行，將可避免下筆短急剛硬等缺點，這些點就是控制點。
3. 選擇性增減控制點：為了使下筆路徑更具彈性，可以自由增加或減少控制點的數量及位置。
4. 以貝茲曲線連接控制點：貝茲曲線演算法用曲線連接控制點，一旦成為平滑曲線，符合中國書畫下筆原則，如圖 4.d。貝茲曲線的另一個優點是可以控制曲線彎曲度，不只可達到曲線柔和目的，也可自由調整出各種不同的下筆路徑。



圖二十七：以貝茲曲線連接控制點

第四節 著色演算

本研究現階段將套用中國書畫裏的白描筆觸，以圓柱形狀繞輪廓線延伸作為表現型式。未來將開發各種不同的筆觸套用於曲線路徑，達到不同的表現效果。

本章所討論的核心架構，以貝茲曲線連接控制點來形成輪廓線，取代忠實描繪外型的輪廓線，與原始模型有差異，但在中國書畫所重視的精神大過型式的理論依據上，差異仍然可接受。

伍、結論與未來研究方向

研究中以電腦動畫軟體建構基本資料(模型燈光)，然後於本系統中處理成需的輪廓線，藉由所得到的貝茲輪廓線，著色演算時能對輪廓線有更多的控制，並讓使用者參與決定線條的走向風格，能使作品中的場景資料表達出更為寫意中國人物畫的各種白描技法。系統資料處理獲得線條為貝茲曲線，未來能

經由貝茲線條的控制，對線條間的區域繪製墨彩，並藉由場景物件的資料訊息，搭配線條的繪製表達出中國寫意的人物畫風格，並於動態影像的中國水墨畫，能藉有貝茲曲線控制點的位移變化，達到平順的影像，克服閃爍及流動的問題。

本研究過程中輪廓線求法並不難，但是重點在輪廓線是否真的能夠成為合適的下筆路徑？表現結果是否能達到普遍認同？往往在科技與傳統藝術的平衡中難以預料。

參考文獻

- Alan Watt(2000). 3D Computer Graphics . ADDISON-WESLEY.
- Appel A. (1967). The Notion of Quantitative Invisibility and the Machine Rendering of Solids.In Proceedings of ACM National Conference.
- Gooch B., P.-P. Sloan, A. Gooch, P. Shirley, and R. Riesenfeld(1999).Interactive technical illustration.In 1999 ACM Symposium on Interactive 3D Graphics.
- Hertzmann Aaron (1999).Non-Photorealistic Rendering,chapter Introduction to 3D Non-Photorealistic Rendering:Silhouettes and Outlines. ACM Press.SIGGRAPH 99 CourseNotes.
- Hansong Zhang, Kenneth E. Hoff III(1997).Fast Backface Culling Using Normal Masks. ACM Symposium on Interactive 3D Graphics.
- Hertzmann A.(2002).Stroke-Based Rendering. SIGGRAPH 2002.
- Klein, A. W,Li .(2000).Non-Photorealistic Virtual Environments.SIGGRAPH 2000.
- Kevin Weiler , Peter Atherton(1977),HIDDEN SURFACE REMOVAL USING POLYGON AREA SORTING. Cornell University.
- Lum, E. and Ma, K-W. (2001). Nonphotorealistic Rendering using Watercolor Inspired Textures and Illumination SIGGRAPH 2001
- Markosian Lee(2000).Art-based Modeling and Rendering for Computer Graphics.PhD thesis, Brown University.
- Martin E. Newell, R. G. Newell, and T. L. Sancha. A solution to the hidden surface problem. In Proc. ACM Nat. Mtg. 1972.
- Wagner Toledo Correa,Robert J. Jensen,Craig E. Thayer,Adam Finkelstein(1998).Texture Mapping for Cel Animation.Princeton University,Walt Disney Feature Animation
- 沈以正編 (1985)：《人物畫法 123》，頁 57。台北：雄獅圖書股份有限公司。
- 陳兆復 (1976)：《中國畫研究》，頁 119。台北：丹青圖書有限公司。